

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

9.1. Докажите, что сумма попарных произведений трех последовательных чисел не может равняться 3000000.

9.2. Найдите сумму дробей

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \dots + \frac{1}{2022}}}}} + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \dots + \frac{1}{2022}}}}}.$$

9.3. Точки M , N , P , K – соответственно середины сторон BC , CD , DA и AB выпуклого четырехугольника $ABCD$. Отрезки AM и KC пересекаются в точке E , а отрезки AN и CP – в точке F . Найдите площадь четырехугольника $ECFA$, если площадь четырехугольника $ABCD$ равна 48.

9.4. В некотором царстве, в некотором государстве стоимость алмаза пропорциональна квадрату его массы. При огранке алмаза откололась некоторая его часть. Какая часть алмаза откололась, если его стоимость уменьшилась на 36%?

9.5. Сколько существует способов расставить на шахматной доске 8×8 белую ладью и черного короля так, чтобы ладья била короля, но король не бил ладью? Способы расстановки, получающиеся друг из друга поворотом доски, считаются разными.