ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

8 класс

Решения задач

8.1. Пусть ручка стоит r рублей, а числа 357 и 441 делятся на d. Поскольку наибольший общий делитель чисел $357=3\cdot7\cdot17$ и $441=3^2\cdot7^2$ равен $3\cdot7$, то и 21 делится на r. Поскольку $r > 10$, то $r = 21$. Тогда всего ручек было куплено $\frac{357}{21}+\frac{441}{21}=17+21=38$.

Ответ: 38.

8.2. Пусть сейчас в классе n учеников. По условию

$$0{,}24n = 0{,}25(n-1),$$

т.е. $0{,}01n = 0{,}25$. Значит, $n = 25$. Один человек составляет 4% от 25, поэтому сейчас в классе 24+4=28% двоечников.

Ответ: 28%.

8.3. $\angle KCO = \angle BCO = \angle KOC$ (накрест лежащие углы). Поэтому OK = KC, и аналогично BM = OM. Тогда

$$AK + AM + KM = AK + KC + AM + BM = 3.$$

Ответ: 3.

8.4. Искомые числа записываются только цифрами 0, 2, 6, 8.
Однозначное число, удовлетворяющее условию ровно одно, это число 8.
Двузначных чисел – шесть, это числа 20, 28, 60, 68, 80, 88.
Искомые трехзначные числа могут заканчиваться следующими 8 комбинациями цифр: 00, 08, 20, 28, 60, 68, 80, 88. При этом на первом месте в каждом из этих вариантов может стоять любая из трех цифр 2, 6, 8. Получаем, $3\cdot8=24$ искомых трехзначных числа.
Значит всего таких чисел, $1+6+24=31$.
Ответ: 31

8.5. Пусть $x=3a+r_1$ и $y=3b+r_2$, где r_1, r_2 – остатки от деления на 3, т.е. какие-то из чисел 0, 1, 2. Тогда $x^2+y^2=3(3a^2+3b^2+2ar_1+2br_2)+r_1^2+r_2^2$. Так как x^2+y^2 делится на 3, то $r_1^2+r_2^2$ делится на 3, т.е. $r_1^2+r_2^2=0$, откуда $r_1=r_2=0$.
Следовательно, x и y делятся на 3.