

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

11 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

11.1. Можно ли из последовательности $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$ выделить арифметическую прогрессию, состоящую из 2022 чисел?

11.2. Решите уравнение: $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y-4} = \frac{x+y}{2}$.

11.3. В треугольнике ABC провели высоту CC_1 и медиану AA_1 . Оказалось, что точки A, A_1, C, C_1 лежат на одной окружности. Докажите, что треугольник ABC является равнобедренным и найдите его площадь, если $AA_1 : CC_1 = 3:2$ и $A_1C_1 = 2$ см.

11.4. Существует ли такое x , что значения выражений $\operatorname{tg} x + \sqrt{2}$ и $\operatorname{ctg} x + \sqrt{2}$ целые числа?

11.5. Сад имеет форму, изображенную на рис. 1, и окружен невысоким забором. Садовник хочет посадить в саду яблони (не более одной в каждой клетке) так, чтобы ни одна из яблонь не находилась в тени. Яблоня находится в тени, если с четырех сторон от нее (в четырех соседних по стороне клетках сада) растут другие яблони. Какое наибольшее количество яблонь может посадить садовник?

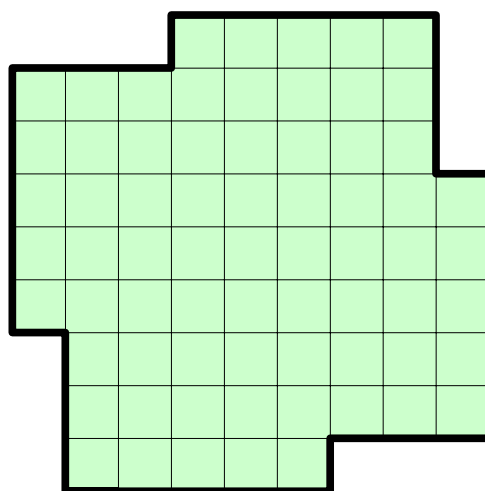


Рис. 1